

## 希ガス陽光柱の電子エネルギー分布と電子温度

佐 藤 益 美

工学部電子情報工学科

### Electron Energy Distribution Function and Electron Temperature in Rare Gas Positive Columns

Masumi SATO

*Department of Electrical and Information Engineering, Yamagata University,  
Yonezawa, 992-8510 Japan*

（平成11年9月13日受理）

#### Abstract

The electron energy distribution function (EEDF) in rare gas positive columns which lacks the distribution of electrons in the high energy tail can be adequately approximated by a bi-generalized Druyvesteyn distribution. Using the Langmuir probe curve simulated based on the approximated EEDF, the conventional probe technique for the electron temperature diagnostic is examined. The average electron energy  $\langle E_L \rangle$  obtained with the semi-log plot method may be necessarily underestimated compared with that of  $\langle E_D \rangle$  found from the Druyvesteyn technique. Published data for measured  $\langle E_L \rangle$  and  $\langle E_D \rangle$  in He and Ne positive columns are compiled, and it is shown that  $\langle E_D \rangle > \langle E_L \rangle$  holds over a wide range of the gas pressure-tube radius product.

#### 1. ま え が き

ガス放電陽光柱の研究は、Boltzmann解析や数値シミュレーションにより精密な理論が展開され、一方、電子測定技術の進展に伴い精度の高い診断が可能となっている。希ガス陽光柱については、特に、圧力が数mTorrから数Torrの低中気圧の研究が多くなされ、主要なパラメータである電子温度と電子密度の測定は、手法の簡便さから、Langmuir探針法が用いられている。

Langmuir探針法は、電子のエネルギー分布関数(EEDF)がMaxwell分布であることを前提として

いるが、一般に、陽光柱のEEDFはMaxwell分布ではなく、このようにして得られた電子温度 $T_e$ はどのような量であるかが問題となる。便宜上、 $T_e$ を平均エネルギー換算値 $\langle E_L \rangle = 3kT_e/2$ により表すこととする。ここで、 $k$ はBoltzmann定数である。Druyvesteyn法により、探針の電子電流特性の2階微分からEEDFが得られ、電子の平均エネルギーが数値処理により求められる。これを $\langle E_D \rangle$ とすると、 $\langle E_L \rangle$ とはどのような関係にあるかを検討することが必要である。

しばしば、解析の便宜上、希ガス陽光柱のEEDF

として簡単な近似関数形が用いられる<sup>1-3)</sup>。これは、ガスの第1励起準位 $E^*$ に相当する電子エネルギー $E$ を境にして、EEDFのバルク部と尾部をそれぞれ異なった温度のMaxwell分布で近似する。しかしながら、いずれもMaxwell分布とする理由は見い出せない。他のモデルとして、一般化されたDruyvesteyn分布が用いられているが、陽光柱のEEDFを十分に近似できない。ここでは、2つの一般化されたDruyvesteyn分布を $E=E^*$ において結合した双一般化Druyvesteyn分布を導入し、 $E=E^*$ を境としたEEDFの違いをより明確に近似することを試みる。この近似に基づき、陽光柱のEEDFのふるまいを調べるとともに、探針特性をシミュレートして、電子の平均エネルギー（または電子温度）の算定法について考察する。ついで、HeとNe陽光柱に関して従来報告されている $\langle E_t \rangle$ と $\langle E_D \rangle$ の測定結果を整理し、両者の関係を検討する。

## 2. EEDFの近似

EEDFのバルク部を“b”，尾部を“t”で表わし、次の一般化Druyvesteyn分布で近似する。

$$F(E) = AE^{1/2} \exp \left[ -a_b (E/kT_b)^{\nu_b} \right] \quad (1)$$

$$(0 \leq E \leq E^*)$$

$$= AE^{1/2} \exp \left[ -a_b (E^*/kT_b)^{\nu_b} \right]$$

$$\times \exp \left\{ -a_t \left[ (E-E^*)/kT_t \right]^{\nu_t} \right\} \quad (2)$$

$$(E^* \leq E)$$

Table 1 Parameters of the approximated EEDF in He positive columns at  $I=10$  mA<sup>5)</sup>

$E/p$ (V/cm Torr)	5.96	8.98	11.7	16.0
$\langle E_D \rangle$ (eV)	7.44	8.01	8.65	9.31
$\nu_b$	1.35	1.21	1.12	1.02
$\nu_t$	—	1.29	1.22	1.13
$T_b$ (eV)	5.20	5.57	5.66	8.06
$T_t$ (eV)	—	2.50	3.31	4.21

ここで、 $\nu_s$  ( $s=b, t$ ) は指標であり、係数 $a_s$ は

$$a_s = \left[ 2 \Gamma(2.5/\nu_s) / 3 \Gamma(1.5/\nu_s) \right]^{\nu_s} \quad (3)$$

で与えられ、 $T_s$  ( $s=b, t$ ) は平均温度である。係数 $A$ と平均エネルギー $\langle E \rangle$ は、それぞれ、正規化条件

$$\int_0^\infty F(E) dE = 1, \quad \int_0^\infty EF(E) dE = \langle E \rangle$$

により決定される。従って、Druyvesteyn法により得られる $\langle E_D \rangle$ は、測定されたEEDFから上の正規化条件により求められた値であり、電子の平均エネルギー $\langle E \rangle$ を示している。 $a_b=a_t=1$ のとき、 $F(E)$ は双Maxwell分布となる。実際の $F(E)$ からの近似は、次の手順により行われる。(1)式のバルク部と(2)式の尾部は、それぞれ、

$$y_b = \ln [AE^{1/2}/F(E)] = a_b (E/kT_b)^{\nu_b}$$

$$y_t = \ln \left( \frac{E}{E^*} \right)^{1/2} \frac{F(E^*)}{F(E)} = a_t \left( \frac{E-E^*}{kT_t} \right)^{\nu_t}$$

と書き換えられ、 $\ln y_b$ 対 $\ln E$ のグラフの傾斜から $\nu_b$ が、 $\ln y_t$ 対 $\ln (E-E^*)$ のグラフの傾斜から $\nu_t$ が見いだせる。更に、

$$z_b = y_b^{-\nu_b} = a_b^{-\nu_b} E/kT_b$$

$$z_t = y_t^{-\nu_t} = a_t^{-\nu_t} (E-E^*)/kT_t$$

と書き換えられ、 $z_b$ 対 $E$ のグラフから $a_b^{-\nu_b}/kT_b$ の値が、 $z_t$ 対 $(E-E^*)/kT_t$ のグラフの傾斜から $a_t^{-\nu_t}/kT_t$ の値が求まる。(3)式により、 $a_b$ は $\nu_b$ から、 $a_t$ は $\nu_t$ から計算できるので、結局、 $T_b$ と $T_t$ が得られる。

上述のEEDFの近似の求め方の例を、以下、EEDFの理論値と実測値がよく一致するNe陽光柱( $E^*=16.6$  eV)の場合について示す。図1の実線は、圧力 $p$ と管径 $R$ の積 $pR$ が0.95 Torr cm、放電電流 $I$ が17mAのときの陽光柱の中心軸における $F(E)$ の理論値<sup>4)</sup>である。図2と図3は、それぞれ、 $\nu_b$ 及び $\nu_t$ と $T_b$ 及び $T_t$ を決定するプロットを示し、これから $\nu_b=1.08$ 、 $\nu_t=1.38$ 、 $T_b=6.30$ 、 $T_t=1.93$ eVが得られる。このようにして得られた $F(E)$ を図1に点線で示す。 $F(E)$ の理論値と近似値は、バルク部でよく一致するが、 $E=E^*$ の接続部において近似値が突出し、尾部で近似がやや悪くなる。

次に、He陽光柱 ( $E^*=19.8$  eV) について、 $pR$  を変えて実測された  $F(E)$ <sup>5)</sup> に対する近似の結果を換算電界  $E/p$  に対して表1に示す。 $E/p$  の増加とともに、 $\langle E_b \rangle$  も上昇するが<sup>1,2)</sup>、予想される  $T_b$  の増加とともに、 $T_t$  も増加し、 $kT_b > 2 \langle E_b \rangle / 3 > kT_t$  の関係がある。また、 $E/p$  とともに、 $\nu_b$  と  $\nu_t$  は減少し、大きい  $E/p$  においては  $\nu_b$  は1に近づくように思われる。 $E/p$  に対する近似パラメータの変化については、Boltzmann解析とも併せて、考察が必要である。

### 3. 探針の電子電流特性

電子密度が  $n_0$  であるプラズマに面積が  $S$  である探針が挿入されたとき、探針に流入する電子電流  $I_e$  は、プラズマの空間電位を基準とした探針電圧を  $V$  とす

ると

$$I_e = \frac{en_0}{4} S \left( \frac{2}{m} \right)^{1/2} \int_{eV}^{\infty} \left( 1 - \frac{eV}{E} \right) F(E) dE \quad (4)$$

で与えられ、 $e$  は電子の電荷、 $m$  は電子の質量である。EEDFが(1)式の近似で表されるとき、 $V-I_e$  特性は(4)式から求められる。 $I_e(V)$  は不完全ガンマ関数を含む長い式で与えられるが、数値計算は容易である。この  $V-I_e$  特性からLangmuirの手法により電子温度を求める際の問題点をEEDFの形状と関連づけて検討しよう。

逆電界領域における  $V-I_e$  特性の例を飽和電子電流  $I_{e0} = I_e(0)$  により規格化して図4に示す。点線は、前節で行ったNeの  $F(E)$  の理論値<sup>4)</sup> に対する近似から計算された探針特性を示し、実線は、Heの実測

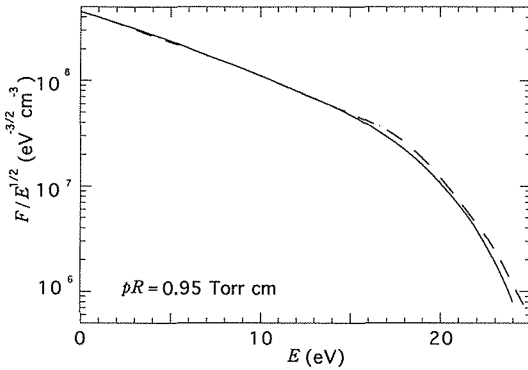


Fig. 1 EEDF in a Ne positive column (solid line : theory, dashed line : approximation)

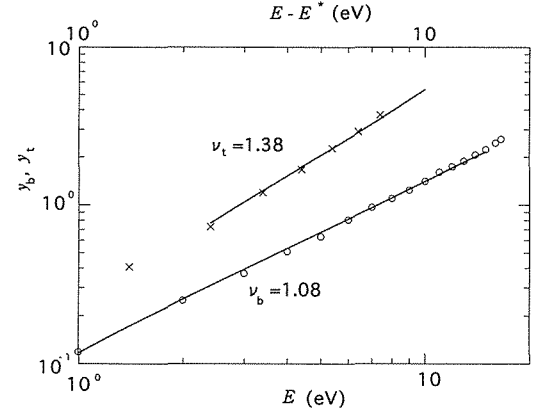


Fig. 2 Determination plots of  $\nu_b$  and  $\nu_t$  for EEDF in Fig. 1

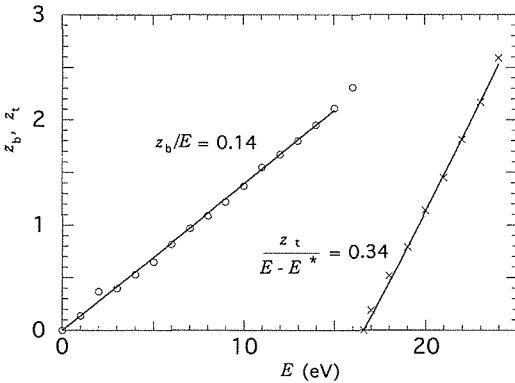


Fig. 3 Determination plots of  $T_b$  and  $T_t$  for EEDF in Fig. 1

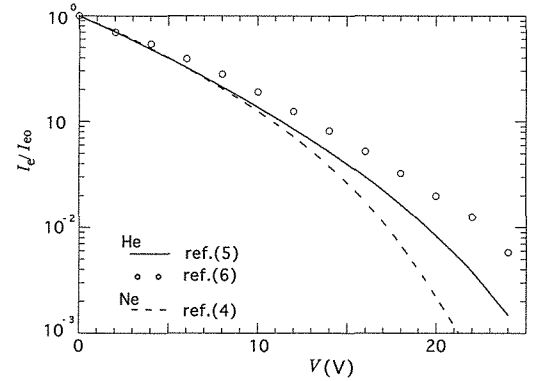


Fig. 4 Electron probe current curve (dotted line : calculated from theoretical  $F(E)$  in Fig.1, solid line : calculated from experimental  $F(E)$  at  $E/p=8.98$  V/cm Torr,  $\circ$  : experiment at  $E/p=11.0$  V/cm Torr)

された $I_e$  (V) から得られた $F(E)$  <sup>5)</sup>の近似に基づく結果であり、 $I_e$  (V) の復元を示している。いずれの場合も、半対数グラフ上で $V-I_e$ 特性は丸みを帯び、特に、大きい探針電圧( $eV > E^*$ )の領域で、 $I_e$  (V) の傾斜は急になる。図1に示すように、 $F(E)$ の近似が接続部 $E^*$ において不十分なため、 $I_e$  (V) の丸みも $eV = E^*$ 付近において強調されているが、これらの $V-I_e$ 特性は $F(E)$  パルク部と尾部のエネルギー分布の違いを反映していると考えられる。実際の探針測定においては、さまざまな原因による電子捕集への影響やイオン電流補正の誤差等により、 $V-I_e$ 特性はなお一層歪んだものになる。図4の○印は、Heの $E/p = 11.0$  V/cm Torrにおける $V-I_e$ 特性の実測値<sup>6)</sup>の再プロットであり、Neに関するシミュレーションの結果と同様の傾向を示している。

図4に示すように、 $V-I_e$ 特性は直線部分がないため、グラフに対する接線の傾斜から電子温度を求

めることは困難で、探針電圧のある範囲に亘っての平均的な値を求めることになる。例えば、Heの実測値について、 $eV = E^*$ 付近に接線を引くと、 $\langle E_1 \rangle$  は約6.7 eVと算定され、 $F(E)$  より得られた $\langle E_D \rangle = 9.2$  eVの約3分の2となる。

#### 4. 換 算 電 界

次節において、現在まで報告されている $\langle E_D \rangle$ と $\langle E_1 \rangle$ の実験値ならびに理論値について、相似パラメータ $pR$ に対して整理するが、理論計算においては、 $\langle E_D \rangle$ は換算電界 $E/p$ の関数として与えられる場合が多く、 $pR$ と $E/p$ の関係が必要となる。ここでは、 $pR$ 対 $E/p$ の実測値を用いることとし、放電電流が30 mAにおけるHeとNeの結果を、それぞれ、図5<sup>1,5,7)</sup>と図6<sup>1,7,8)</sup>に示す。 $pR$ と $E/p$ の関係は両対数グラフ上でほぼ直線で表され、Heについては、 $pR = 0.2 \sim 2$  Torr cmにおいて、 $E/p$  (V/cm Torr)  $= 5.16$

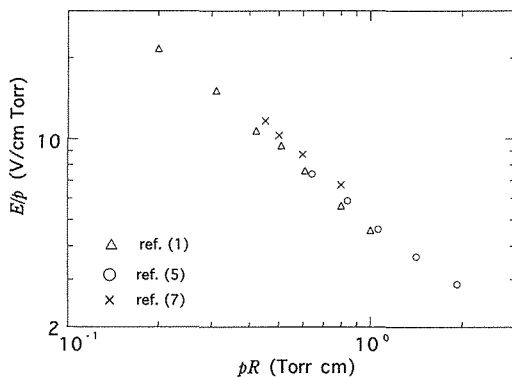


Fig. 5 Measured  $pR$  vs  $E/p$  in He positive columns

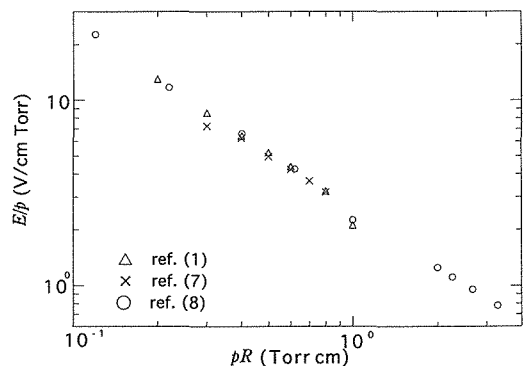


Fig. 6 Measured  $pR$  vs  $E/p$  in Ne positive columns

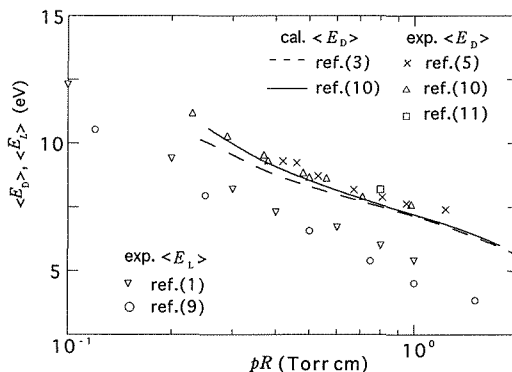


Fig. 7  $pR$  vs  $\langle E_D \rangle$  and  $\langle E_1 \rangle$  in He positive columns (lines : calculations, marks : experiments)

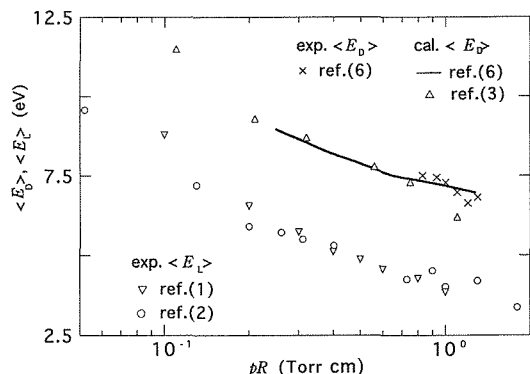


Fig. 8  $pR$  vs  $\langle E_D \rangle$  and  $\langle E_1 \rangle$  in Ne positive columns (lines : calculations, marks : experiments)

$(pR)^{0.957}$ , Neについては,  $pR=0.1\sim 3$  Torr cmにおいて,  $E/p=2.54/pR$ と近似される。

## 5. 電子の平均エネルギー

HeとNe陽光柱について, これまでに報告されている  $\langle E_D \rangle$  と  $\langle E_L \rangle$  の測定値を  $pR$  の関数として, それぞれ, 図7と図8に示す。これらの値は, 弱い放電電流依存性を示すが, 小さい電流の範囲では, その変化は小さく, 引用は, 電流が10~30 mAの数例に限定した(文献(1)の実測による  $T_b$  は本論文の  $T_e$  であることに注意)。Heの  $\langle E_L \rangle$  について, 特に, 引用のデータの間に大きなばらつきがあるが, この一因としては, 3節で述べた  $\langle E_L \rangle$  の測定のあいまいさによるものと考えられる。

図7と図8から明らかなように,  $\langle E_D \rangle$  と  $\langle E_L \rangle$  の測定値は2つのグループに分かれ,  $pR$  全域に亘って  $\langle E_D \rangle > \langle E_L \rangle$  である。ふたつの図には, Boltzmann解析による平均エネルギーの計算値をも示すが, これらの値は測定値  $\langle E_D \rangle$  とよく一致する。 $\langle E_D \rangle > \langle E_L \rangle$  となることは, 3節のシミュレーションにより予測され, Langmuir法による希ガス陽光柱の電子温度診断においては避けられないことと思われる。

陽光柱に関する準中性遷移理論に基づきEEDFとしてMaxwell分布を仮定して, 平均エネルギーの計算が行われ, この値が実測値  $\langle E_L \rangle$  に近いことから,  $\langle E_L \rangle$  の値は妥当なものであるとみなされて来た<sup>9)</sup>。しかし, Maxwell分布を仮定した場合, EEDFの尾部に十分な数の電子が存在し, 陽光柱の維持のための電子の平均エネルギーは小さくて済み, 上述の結果が得られたと考えられる。

## 6. おわりに

希ガス陽光柱のEEDFを双一般化Druyvesteyn分布により近似した結果に基づいて, 探針の電子電流特性をシミュレートし, Langmuir法による電子温度診断について検討した。陽光柱のEEDFは, 高エネルギー部の電子数を欠きMaxwell分布からははずれるので, EEDFとしてMaxwell分布を仮定しているLangmuir法により得られる平均エネルギー  $\langle E_D \rangle$  は, Druyvesteyn法により得られる  $\langle E_D \rangle$  に比較して必然的に小さく算定されることを明らかにした。Heと

Ne陽光柱について, 従来, 報告されている  $\langle E_L \rangle$  と  $\langle E_D \rangle$  について整理を行った結果,  $\langle E_D \rangle > \langle E_L \rangle$  であることが確かめられた。

## 謝 辞

エネルギー分布関数について, 貴重な御教示を頂いた名古屋工業大学大江一行先生, 東京農工大学清水卓夫先生, ならびに, 詳しい資料をお送り下さった北海道放電グループの松浦勇二先生, 斎藤善夫先生に深く感謝します。また, 埼玉大学土手敏彦名誉教授の研究論文から多くの示唆を得ていることを付記します。更に, 卒業生村山滋君の数値計算の協力と研究室各位の討論に感謝します。

## 参考文献

- 1) R. W. Callis and D. T. Tuma : Similarity Relations for Low Pressure Glow Discharges in Noble Gases, IEEE Trans. Plasma Scie., **PS-2**, 283 (1974).
- 2) B. Cherrington : Modeling of Low-Pressure Gas Discharges, IEEE Trans. Electron Device, **ED-26**, 148 (1979).
- 3) K. Ohe S. Hayashi and T. Kimura : Identification of Two Modes of Ionization Waves Excited in He Positive Columns, J. Phys. Soc. Japan, **62**, 3476 (1993).
- 4) S. Pfau, J. Rohmann, D. Uhrlandt and R. Winkler : Experimental and Theoretical Study of the Inhomogeneous Electron Kinetics in the DC Column Plasma, Contr. Plasma Phys., **36**, 449 (1996).
- 5) 斎藤善夫, 西辻昭, 松浦勇二, 坂口威 : グロー放電の衝突機構と電子エネルギー分布の変形, 電学論A, **111A**, 711 (1991).
- 6) 瀬戸俊樹, 西辻昭, 坂口威 : Heグロー放電陽光柱の電子エネルギー分布の径方向特性について, 電学論A, **103A**, 357 (1983).
- 7) 瀬戸俊樹, 西辻昭, 坂口威 : グロー放電陽光柱における電子エネルギー分布について, 電学論A, **103A**, 1 (1983).
- 8) A. Güntherschulze : Der Gradient in der Positiven Saule der Glimmentladung, Z. Phys.

- 41, 718 (1927).
- 9) T. Dote and M. Shimada : Swarm Analysis by Using Transport Equations VII. Fluid Description of the Quasi-Neutral Collisionless Positive Column, J. Phys. Soc. Japan, **52**, 536 (1983).
- 10) 松浦勇二, 坂口威, 山岸泰, 斎藤喜夫, 新田希, 西辻昭 : アドミッタンス法によるグロー放電陽光柱内の電子エネルギー分布関数の測定, 電学論 A, **113A**, 8 (1993).
- 11) T. Kimura and K. Ohe : Emissive Probe as a Reference Electrode in Probe Measurements, Rev. Scie. Instru., **64**, 3274 (1993).
- 12) 阪本秀史, 松浦勇二, 畑中雅彦, 坂口威, 西辻昭 : ネオンの電子エネルギー分布測定値から求めた電子スオームパラメータ, 電気学会放電研究会資料, **ED-94-72**, 19 (1994).
- 13) 畑中雅彦, 小林勝美, 西辻昭 : ネオングロー放電陽光柱解析のための電子衝突断面積と輸送係数について, 電学論A, **100A**, 309 (1980).